

2008 B II - Lösung

1.1 Man setzt die Gerade g als allgemeinen Geradenpunkt $X_g(1+2\mu | 1-\mu | 2)$ in die

Ebene $E: x_1 + 2x_2 - x_3 - 1 = 0$ ein.

$$1 + 2\mu + 2 \cdot (1 - \mu) - 2 - 1 = 0$$

$$2\mu + 2 - 2\mu - 2 = 0$$

$$0 = 0 \quad (\text{w})$$

$$\Rightarrow g \subset E$$

1.2 Da $F \perp E$ und $E \cap F = g$ folgt für den Normalenvektor \vec{n}_F der Ebene F :

$$\vec{n}_F = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-0 \\ 0+2 \\ 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Mit dem Stützpunkt der Geraden g folgt für die Normalenform der Ebene F :

$$F: \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) = 0$$

$$1.3.1 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} &\mu = 1 \\ &\Rightarrow b_2 = 0 \\ &\Rightarrow b_3 = 2 \end{aligned}$$

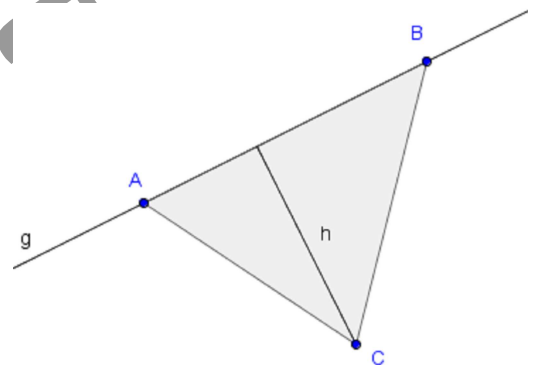
Somit: $B(3 | 0 | 2)$

1.3.2 Für die Fläche des Dreiecks ABC gilt:

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot |\overline{AB} \times \overline{AC}| = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{16 + 64 + 16} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{96} = 2\sqrt{6}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot |\overline{AB}| \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right| \cdot h$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot h = 2\sqrt{6} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{4}{5} \sqrt{30}$$



$$1.3.3 \quad V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_p = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = 4$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{6} \cdot \left| (\overline{AB} \times \overline{AC}) \circ \overline{AR} \right| \stackrel{1.3.2}{=} \frac{1}{6} \cdot \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ r_2 - 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{6} \cdot |4 + 8(r_2 - 1) - 8| = \frac{1}{6} \cdot |-12 + 8r_2| = 4$$

$$\frac{1}{6} \cdot (8r_2 - 12) = \pm 4 \quad \Rightarrow \quad 8r_2 - 12 = \pm 24 \quad \Rightarrow \quad 8r_2 = 12 \pm 24 \quad \Rightarrow \quad r_{2\frac{1}{2}} = \begin{cases} 4,5 \\ -1,5 \end{cases}$$

www.extremstark.de