

2008 B II

BE	1.0	In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Gerade
		$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ und die Ebene $E: x_1 + 2x_2 - x_3 - 1 = 0$ gegeben.
2	1.1	Zeigen Sie, dass die Gerade g in der Ebene E liegt.
3	1.2	Die Ebene F steht senkrecht auf der Ebene E . Die Ebenen E und F schneiden sich in der Geraden g . Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene F in Normalenform.
	1.3.0	Gegeben sind zusätzlich die Punkte $A(1; 1; 2)$ und $B(3; b_2; b_3)$ auf der Geraden g sowie der Punkt $C(3; -2; -2)$, der nicht auf der Geraden g , aber in der Ebene E liegt, und der Punkt $R(2; r_2; 4)$ mit $b_2, b_3, r_2 \in \mathbb{R}$.
2	1.3.1	Bestimmen Sie die Koordinaten b_2 und b_3 .
6	1.3.2	Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC und den Abstand des Punktes C von der Geraden g .
8	1.3.3	Das Dreieck ABC ist die Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze R . Bestimmen Sie das Volumen dieser Pyramide in Abhängigkeit von r_2 und berechnen Sie r_2 so, dass die Höhe dieser Pyramide $\sqrt{6}$ LE beträgt.
	2.0	Beim Druck mit einem Farbdrucker werden die Farbinformationen des Bildschirms, die im RGB-Farbmodell vorliegen, in eine geräteabhängige Form umgewandelt. Die Druckergrundfarben werden mit U , V und W bezeichnet. Die Umwandlung vom RGB-Modell in das UVW-Modell wird durch folgende Gleichung beschrieben:
		$M \cdot \vec{x} = \vec{b}$ mit $M = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,1 \\ 0,5 & -0,1 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,3 \end{pmatrix}$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix}$
2	2.1	Zeigen Sie, dass das lineare Gleichungssystem $M \cdot \vec{x} = \vec{b}$ eindeutig lösbar ist.
4	2.2	Berechnen Sie für $R = 100$, $G = 0$ und $B = 1$ den Farbwert V und ermitteln Sie umgekehrt, welcher Farbwert B für die Druckausgabe $U = 0$, $V = 4$ und $W = 2$ notwendig ist.
3	2.3	Durch einen Fehler in einem Druckertreiber wird anstelle der zweiten Zeile der in 2.0 gegebenen Matrix M nochmals die erste Zeile verwendet. Erläutern Sie die Konsequenzen für die Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems.
30		