2008 A I Angabe

BE		
	1.0	Für die Maßzahl p(h) des barometrischen Luftdrucks mit der Einheit Hektopascal gilt in Abhängigkeit von der Maßzahl h der Höhe über der Erdoberfläche mit der Einheit Kilometer in guter Näherung die Funktionsgleichung $p(h)=1013\cdot 2^{-\frac{h}{5{,}5}}$, wobei $h\geq 0$. Auf die Mitführung der Einheiten wird somit verzichtet.
3	1.1	Berechnen Sie, in welcher Höhe $h = h_H$ der Luftdruck nur noch die Hälfte des Wertes an der Erdoberfläche annimmt.
4	1.2	Zeigen Sie, dass der Luftdruck bei einer Höhenzunahme um $\Delta h = h_H$ unabhängig von der Ausgangshöhe h_A jeweils halbiert wird.
3	1.3	Berechnen Sie, ab welcher Höhe der Luftdruck weniger als $\frac{1}{1000}$ des Wertes an der Erdoberfläche beträgt.
3	1.4	Zeigen Sie, dass man die Funktionsgleichung auch in der Form $p(h)=1013\cdot e^{\frac{\ln 0{,}5}{5{,}5}\cdot h}$ schreiben kann, und berechnen Sie daraus die Ableitungsfunktion $\frac{dp(h)}{dh}$.
4	1.5	Berechnen Sie den Wert des Differenzenquotienten $\frac{p(1)-p(0)}{1-0}$ sowie den Wert des Differentialquotienten der Funktion p(h) an der Stelle $h_0 = 1$ und geben Sie die physikalische Bedeutung der beiden Werte an.
	2.0	Gegeben ist in der Definitionsmenge $D = \left]0;\infty\right[$ die reelle Funktion $f: x \mapsto 2\cdot\frac{1+\ln x}{x}$
5	2.1	Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion f und untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte an den Rändern der Definitionsmenge.
6	2.2	Ermitteln Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion f und geben Sie Art und Lage des Extrempunktes des Graphen von f an. [Mögliches Teilergebnis: $f'(x)=-2x^{-2}\ln x$]

5 2.3 Zeigen Sie, dass der Graph von f einen Wendepunkt besitzt, und ermitteln Sie seine Koordinaten.

5 2.4 Für ein bestimmtes $a \in D$ verläuft die Tangente t im Punkt P(a; f(a)) an den Graphen von f durch den Koordinatenursprung. Bestimmen Sie dieses a und geben Sie eine Gleichung dieser Tangente t an.

[Mögliches Teilergebnis: $a = \frac{1}{\sqrt{e}}$]

5 2.5 Zeichnen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse und geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion f für $0{,}25 \le x \le 5$ in ein kartesisches Koordinatensystem mit dem Maßstab 1 LE = 2 cm und tragen Sie auch die Tangente t in dieses Koordinatensystem ein.

6 2.6 Zeigen Sie, dass die in der Definitionsmenge $D = \left]0; \infty\right[$ gegebene Funktion F mit $F: x \mapsto (\ln x)^2 + 2 \cdot \ln x$ eine Stammfunktion der Funktion f ist und erklären Sie genau die Bedeutung der beiden Koordinaten des Extrempunktes des Graphen von f für den Graphen von F.

9 2.7 Schließen Sie aus dem Verlauf des Graphen von f auf die maximalen Monotonieintervalle der Funktion F und untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte F(x) an den Rändern der Definitionsmenge.

Berechnen Sie $F(e^{-2})$, $F(e^{-1})$ und $F(e^{0})$ und skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf des Graphen von F in einem neuen Koordinatensystem.

3 2.8 Der Graph von f, die x-Achse und die Gerade x = b mit $b \in \mathbb{R}$ und $b > e^{-1}$ begrenzen im ersten Quadranten ein Flächenstück mit dem Flächeninhalt A(b). Schraffieren Sie dieses Flächenstück im Koordinatensystem der Aufgabe 2.5 für b = 1 und zeigen Sie, dass gilt: $A(b) = (\ln b)^2 + 2 \cdot \ln b + 1$

5 2.9 Bestimmen Sie b so, dass der Flächeninhalt A(b) genau 9 Flächeneinheiten beträgt.

4 2.10 Die Tangente t aus Aufgabe 2.4, die x-Achse und der Graph von f begrenzen ein Flächenstück mit dem Flächeninhalt A_0. Berechnen Sie A_0 mit Hilfe von A(b) aus Aufgabe 2.8.

70