

2007 B I Angabe

- BE 1.0 Für ein Bergwerk wird in einem mathematischen Modell ein kartesisches Koordinatensystem angelegt, so dass die Erdoberfläche durch die x_1, x_2 -Ebene beschrieben wird. Negative x_3 -Koordinaten geben die entsprechende Tiefe unter der Erdoberfläche an. Stollen des Bergwerks werden im Modell durch Geradenstücke beschrieben, der Querschnitt bleibt außer Betracht. Für die Einheiten auf den drei Koordinatenachsen gilt jeweils: 1 LE = 1 m. Auf die Verwendung der Einheiten kann bei den Berechnungen verzichtet werden.
- Der Stollen s_1 wird beschrieben durch die Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -100 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit reellem Parameter λ , für den gilt $-5 \leq \lambda \leq 50$. Ein zweiter Stollen s_2 verläuft längs der Geraden mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} -9 \\ 13 \\ -52 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 23 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit reellem Parameter μ .
- 4 1.1 Berechnen Sie die Länge des Stollens s_1 .
- 5 1.2 Prüfen Sie, ob die beiden Stollen zueinander windschief verlaufen.
- 4 1.3 Zeigen Sie, dass die Strecke [AB] mit A(14; 14; -53) und B(12; 12; -101) eine direkte Verbindung zwischen den Stollen s_1 und s_2 herstellt und zu beiden senkrecht verläuft.
- 4 1.4 Der Bau eines Stollens vom Punkt A zum Punkt B aus der Aufgabe 1.3 wird durch eine harte Gesteinsschicht, die durch die Ebenengleichung $10x_1 + 10x_2 - x_3 - 337 = 0$ beschrieben werden kann, behindert. Berechnen Sie, in welcher Tiefe unter der Erdoberfläche das Bohrteam auf diese Gesteinsschicht trifft.
- 2.0 Gegeben sind die Ebenen
E: $x_1 + x_2 - 3 = 0$, F: $-2x_1 + x_3 - 1 = 0$ und $G_a: 2x_2 + x_3 + a = 0$ mit $a \in \mathbb{R}$.
- 4 2.1 Geben Sie an, welche besondere Lage jede dieser Ebenen bezüglich des Koordinatensystems hat.
- 2 2.2 Zeigen Sie, dass die drei Normalenvektoren der Ebenen E, F und G linear abhängig sind.
- 7 2.3 Bestimmen Sie jeweils die Werte von a, für die die Schnittmenge $E \cap F \cap G_a$ leer bzw. nicht leer ist. Geben Sie für diese beiden Fälle die gegenseitige Lage der drei Ebenen jeweils in einer Skizze an.