

2005 B II Angabe

- BE** 1.0 Im dreidimensionalen Vektorraum V^3 sind die folgenden Vektoren gegeben:
- $$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{c}_k = \begin{pmatrix} k \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } k \in \mathbb{R}.$$
- 3 1.1 Berechnen Sie, für welche Werte des Parameters k die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}_k$ keine Basis des dreidimensionalen Vektorraumes V^3 bilden.
- 3 1.2 Setzen Sie $k = 0$ und überprüfen Sie, ob sich der Vektor \vec{d} als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}_0$ darstellen lässt.
- 2 1.3 Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E , die den Punkt $P(1; -1; 1)$ enthält und von den Richtungsvektoren \vec{a} und \vec{b} bestimmt wird, in Koordinatenform.
- [Mögliches Ergebnis: $E : 2x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 7 = 0$]
- 5 1.4 Die Ebene E schneidet die drei Koordinatenachsen in den Punkten X_1, X_2 und X_3 . Berechnen Sie das Volumen der Pyramide mit dem Dreieck $X_1X_2X_3$ als Grundfläche und dem Koordinatenursprung als Spitze.
- 2.0 Gegeben ist nun zusätzlich die Gerade $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 21 \\ 7 \\ -21 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ -11 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$
- 5 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der Geraden h mit der Ebene E aus Teilaufgabe 1.3 sowie den Schnittwinkel zwischen h und E .
- [Teilergebnis: $S(1; -1; 1)$]
- 7 2.2 Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden h^* , die durch Spiegelung der Geraden h an der Ebene E entsteht.
- 5 2.3 Bestimmen Sie je eine Gleichung für die beiden winkelhalbierenden Geraden w_1 und w_2 der Geraden h und h^* .