

2005 B I Angabe

BE 1.0 Im kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Geradenschar g_k mit $k \in \mathbb{R}$ sowie die Gerade h gegeben:

$$g_k: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} k-4 \\ k \\ 3 \end{pmatrix}, \sigma \in \mathbb{R}; \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \tau \in \mathbb{R}.$$

9 1.1 Ermitteln Sie die gegenseitige Lage der Geraden g_k und h in Abhängigkeit von k.

4 1.2 Berechnen Sie den Schnittpunkt P der Geraden g_1 (für $k = 1$) und der Geraden h sowie deren Schnittwinkel.

[Teilergebnis: $P(1; 1; -2)$]

4 1.3 Bestimmen Sie den Punkt L der Geraden g_1 , der dem Ursprung am nächsten liegt.

2.0 Zusätzlich ist nun für $a \in \mathbb{R}$ eine Ebenenschar E_a in Koordinatenform gegeben:

$$E_a: (4-a) \cdot x_1 + a \cdot x_2 - 4 = 0.$$

3 2.1 Beschreiben und begründen Sie die besondere Lage aller Ebenen E_a im Koordinatensystem.

2 2.2 Zeigen Sie, dass der Punkt P aus Aufgabe 1.2 in allen Ebenen E_a liegt.

4 2.3 Bestimmen Sie den Wert für a, für den die zugehörige Ebene E_a senkrecht zu der Ebene steht, in der die Geraden g_1 und h liegen.

4 2.4 Zeigen Sie, dass sich alle Ebenen E_a in einer von a unabhängigen Geraden s schneiden und geben Sie eine Gleichung dieser Geraden s an.