

Aufgabengruppe A: Analysis

A I

- BE 1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_k : x \mapsto \frac{1}{2}x^2 + \frac{k}{x}$ mit $k \in \mathbb{R}$ und $k \neq 0$ in der maximalen, von k unabhängigen Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- 6 1.1 Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte $f_k(x)$ für $x \rightarrow 0$ und für $|x| \rightarrow \infty$ in Abhängigkeit von k .
- 6 1.2 Zeigen Sie, dass der Graph jeder Funktion f_k genau einen Extrempunkt besitzt und die Art dieses Extrempunktes von k unabhängig ist.
- 7 1.3 Zeigen Sie, dass der Graph jeder Funktion f_k genau einen Schnittpunkt mit der x -Achse besitzt und dieser zugleich der einzige Wendepunkt des Graphen ist.
- 1.4.0 Für alle weiteren Teilaufgaben gilt nun $k = 1$.
- 3 1.4.1 Ermitteln Sie mit Hilfe der vorliegenden Ergebnisse die Koordinaten des Extrempunktes und des Wendepunktes des Graphen von f_1 .
- 6 1.4.2 Zeigen Sie an Hand der bisherigen Ergebnisse, dass es genau einen Punkt des Graphen von f_1 gibt, in dem die Tangente an den Funktionsgraphen parallel zur Winkelhalbierenden des ersten und dritten Quadranten verläuft.
- 5 1.4.3 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f_1 für $-3 \leq x \leq 3$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Verwenden Sie dazu Ihre bisherigen Ergebnisse und berechnen Sie zusätzlich geeignete Funktionswerte. Maßstab auf beiden Achsen: 1 LE = 1 cm.
- 6 1.4.4 Der Graph der Funktion f_1 nähert sich für $|x| \rightarrow \infty$ der Parabel P mit der Gleichung $p(x) = \frac{1}{2}x^2$.
Zeichnen Sie die Parabel P für $-3 \leq x \leq 3$ in das Schaubild von Teilaufgabe 1.4.3 ein und berechnen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Funktionswerte $f_1(x)$ und $p(x)$ um weniger als 0,05 voneinander abweichen.

1.5.0 Die Funktion F ist diejenige Stammfunktion der Funktion f_1 für $x > 0$, bei deren Graph G_F der Wendepunkt auf der x -Achse liegt.

5 1.5.1 Bestimmen Sie mit Hilfe bereits vorliegender Ergebnisse das Krümmungsverhalten des Graphen der Funktion F .

5 1.5.2 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Funktion F .

2.0 Gegeben ist nun die reelle Funktion $g: x \mapsto e^{4-x} - 1$ mit der Definitionsmenge $D_g = \mathbb{R}$.

8 2.1 Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte $g(x)$ für $|x| \rightarrow \infty$, berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen der Funktion g mit den Koordinatenachsen und bestimmen Sie das Monotonieverhalten der Funktion g .

9 2.2 Die folgende Abbildung zeigt den Querschnitt einer Staumauer. Das grau dargestellte Flächenstück ist achsensymmetrisch zur y -Achse und wird unter anderem vom Graphen der Funktion g und der Geraden mit der Gleichung $y = 10$ begrenzt. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks. Runden Sie Ihr Ergebnis auf zwei Nachkommastellen.

