2003

B II

BE		
	1.0	In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind der Punkt $A(1;\,0;\,2)$ und in Abhängigkeit von $k \in \mathbb{R}$ die Punktmengen $B_k(2k;\,1;\,1)$ und $C_k(5k-2;\,2;\,-1)$ gegeben.
7	1.1	Untersuchen Sie, für welche Werte von k die drei Vektoren $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB_k}$ und $\overrightarrow{OC_k}$ linear unabhängig sind. Begründen Sie, dass auch im Fall der linearen Abhängigkeit dieser Vektoren die drei Punkte A, B_k und C_k eine Ebene festlegen. Geben Sie die besondere Lage dieser Ebene im Koordinatensystem an.
5	1.2	Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebenenschar E_k, die durch die Punkte A, B_k und C_k festgelegt ist, in Koordinatenform. (Mögliches Ergebnis: $E_k: x_1 - k\cdot x_2 + (k-1)\cdot x_3 - 2k + 1 = 0$)
5	1.3	Zeigen Sie, dass für k = 1 die zugehörige Ebene E_1 parallel zu einer Koordinatenachse liegt. Berechnen Sie auch den Abstand von E_1 von dieser Koordinatenachse.
6	1.4	Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden der Ebenen E_1 und E_0 (für k = 0) und zeigen Sie, dass diese Schnittgerade in allen Ebenen E_k liegt.
	2.0	Die x_1x_2 – Ebene wird als horizontale Ebene und die Ebene H mit der Koordinatenform $H: x_1 + x_2 + 2x_3 = 800$ zum Teil als Hangebene einer Skiabfahrt betrachtet. Ein Skifahrer befindet sich am Punkt P(0; 200; 300) und wählt die steilste Abfahrtsmöglichkeit auf der Ebene H.
3	2.1	Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g , in der sich die x_1x_2 – Ebene und die Ebene H schneiden. (Ergebnis: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \lambda \in \mathbb{R}$)
5	2.2	Berechnen Sie die Koordinaten desjenigen Punktes Q auf der Geraden g, für den die Strecke [PQ] am kürzesten ist. Geben Sie einen ganzzahligen Näherungswert für die Länge dieser Strecke an.
3	2.3	Berechnen Sie den Neigungswinkel der Strecke [PQ] zur x_1x_2 – Ebene .
34		