

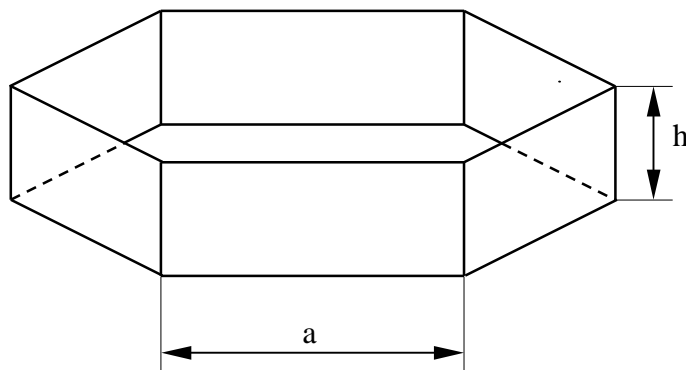
| | | |
|----|-------|--|
| BE | 1.0 | Gegeben ist die reelle Funktion $f : x \mapsto \frac{-16 \cdot e^x}{(e^x + 1)^2}$ in der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$. |
| 4 | 1.1 | Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow +\infty$. |
| 5 | 1.2 | Weisen Sie nach, dass der Graph von f achsensymmetrisch zur y -Achse verläuft. |
| 7 | 1.3 | Bestimmen Sie für die Funktion f die maximalen Monotonieintervalle und geben Sie die Koordinaten und Art des Extrempunktes des Graphen von f an. (Teilergebnis: $f'(x) = \frac{16 \cdot e^x \cdot (e^x - 1)}{(e^x + 1)^3}$) |
| 4 | 1.4 | Zeichnen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse und geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion f für $-4 \leq x \leq 4$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Maßstab auf beiden Achsen: 1 LE = 1 cm. Verwenden Sie eine eigene Seite und legen Sie den Koordinatenursprung etwa in die Seitenmitte. |
| 3 | 1.5 | Gegeben ist die Funktion $F : x \mapsto \frac{a}{e^x + b}$ in der Definitionsmenge $D_F = \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die reellen Zahlen a und b so, dass F eine Stammfunktion von f ist. (Ergebnis: $a = 16$; $b = 1$) |
| 8 | 1.6 | Die Gerade mit der Gleichung $y = -3$ schließt mit dem Graphen von f ein endliches Flächenstück ein. Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück im Schaubild aus Aufgabe 1.4 und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts. (Teilergebnis: für die obere Integrationsgrenze b gilt: $b = \ln 3$) |
| | 1.7.0 | Gegeben ist nun die reelle Funktion $h : x \mapsto h(x) = \ln(F(x)) = \ln \frac{16}{e^x + 1}$ in der Definitionsmenge $D_h = \mathbb{R}$. |
| 7 | 1.7.1 | Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen von h mit den Koordinatenachsen. Zeigen Sie auch, dass der Graph von h eine Asymptote besitzt und geben Sie deren Gleichung an. |
| 6 | 1.7.2 | Bestimmen Sie das Krümmungsverhalten des Graphen von h und stellen Sie fest, ob ein Wendepunkt vorliegt. (Teilergebnis: $h'(x) = -\frac{e^x}{e^x + 1}$) |

3 1.7.3 Zeichnen Sie den Graphen von h und dessen Asymptote für $-4 \leq x \leq 4$ in das Schaubild aus Aufgabe 1.4 .

6 1.7.4 Die Normale an den Graphen von h im Punkt $P(0; y_P)$ schließt mit den Koordinatenachsen ein Flächenstück ein.
Berechnen Sie die Flächenmaßzahl diese Flächenstücks.

2.0 Eine Firma stellt Pflanztröge aus Holz her. Diese haben die Form eines oben offenen geraden Prismas, dessen Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck mit der Seitenlänge a in cm ist (siehe Skizze).

Das Volumen eines solchen Trogs beträgt 100 Liter. Die gesamte Innenfläche soll mit einer wasserdichten Folie bezogen werden.



6 2.1 Zeigen Sie, dass für den von a abhängigen Flächeninhalt $A(a)$ dieser Folie gilt:

$$A(a) = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a^2 + \frac{400000 \text{ cm}^3}{\sqrt{3} \cdot a}.$$

7 2.2 Berechnen Sie a so, dass die Folie des Troges die minimale Fläche hat. Runden Sie Ihr Ergebnis auf eine Nachkommastelle.