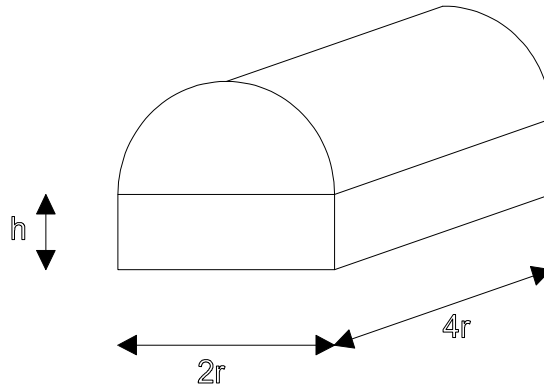


2002 A II

- BE 1.0 Gegeben ist die reelle Funktion $f : x \mapsto \frac{e^{2x} - 4}{e^{2x} + 4}$ in der Definitionsmenge $ID = \mathbb{R}$.
- 8 1.1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f und untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte für $|x| \rightarrow \infty$. Geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.
- 4 1.2 Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Funktion f
(Mögliches Zwischenergebnis: $f'(x) = \frac{16e^{2x}}{(e^{2x} + 4)^2}$)
- 9 1.3 Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten des Graphen von f und geben Sie die Koordinaten des Wendepunktes an.
Bestimmen Sie auch die Gleichung der Wendetangente.
- 6 1.4 Zeichnen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse und geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion f , die Asymptoten und die Wendetangente für $-2 \leq x \leq 3$ in ein kartesisches Koordinatensystem.
Maßstab auf beiden Achsen: 1 LE = 2 cm. Verwenden Sie eine eigene DIN-A4-Seite und legen Sie den Koordinatenursprung etwa in die Seitenmitte.
- 1.5.0 Gegeben ist zusätzlich die Funktion $g : x \mapsto a \cdot \cos(bx) + c$ mit den Koeffizienten $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ in der Definitionsmenge $ID = \mathbb{R}$.
- 6 1.5.1 Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b, c so, das der Graph der Funktion g durch den Punkt $P(0;4)$ verläuft und im Punkt $W(1;2)$ der Wendepunkt mit dem kleinsten positiven x -Wert vorliegt.
(Ergebnis: $a = 2, b = \frac{\pi}{2}, c = 2$)
- 5 1.5.2 Zeichnen Sie den Graphen von g mit Hilfe geeigneter Funktionswerte für $-2 \leq x \leq 2$ in das Koordinatensystem aus Aufgabe 1.4.
- 5 1.5.3 Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts des Flächenstücks, das der Graph von g zusammen mit der x -Achse im Bereich $-2 \leq x \leq 2$ begrenzt.
- 7 1.6 Der Graph der Funktion f und g schneiden sich im ersten Quadranten.
Berechnen Sie mit dem Newton-Verfahren einen Näherungswert für den x -Wert dieses Schnittpunktes. Wählen Sie einen geeigneten Startwert, führen Sie zwei Näherungsschritt durch und geben Sie das Ergebnis au zwei Nachkommastellen gerundet an.

- 2.0 Ein Gewächshaus soll in Form eines Quaders mit aufgesetzten Halbzylindern aufgebaut werden und einen vorgegebenen Rauminhalt V haben. Der Radius des Halbzylinders wird mit r bezeichnet, die Grundfläche ist ein Rechteck mit der Breite $2r$ und der Länge $4r$ (siehe Skizze). Die von r unabhängige Maßzahl der gesamten Außenfläche wird mit $A(r)$ bezeichnet.



- 8 2.1 Zeigen Sie, dass bei vorgegebenen Volumen V gilt:

$$A(r) = \frac{3V}{2r} + 2 \cdot \pi \cdot r^2.$$
- 8 2.2 Für das Gewächshaus steht ein Heizgerät für ein Volumen mit der Maßzahl 300 zur Verfügung. Berechnen Sie den Radius r , für den das geplante Gewächshaus mit diesem Volumen die absolut kleinste Außenfläche besitzt.